

S.M.P.4 – Module M 15 – E1 : Mécanique du Solide
 Contrôle Final

On considère une plaque (P) homogène de masse m et de centre d'inertie G , qui a la forme d'un $1/4$ de disque de rayon a de centre O' et de demi angle au sommet $\alpha = \pi/4$. La plaque **roule sans glisser** sur l'axe Oy du plan vertical (yOz) du repère orthonormé fixe $R(O, x, y, z)$. On désigne par I le point de contact de la plaque sur l'axe Oy et par $\theta(t)$ l'angle formé à chaque instant par le vecteur $\overrightarrow{O'I}$ et la verticale $O'x$. On note par $R_s(O, x_s, y_s, z)$ le repère orthonormé lié à la plaque (P) et par $y(t)$ la position du point I à chaque instant t .

- 1 – Déterminer la position du centre d'inertie G dans le repère R_s .
- 2 – Déterminer la matrice d'inertie de la plaque par rapport au repère R_s au point O' . En déduire sa matrice d'inertie en G .

- 3 – Calculer la vitesse du glissement au point I de la plaque par rapport à l'axe Oy .

On notera dans tout ce qui suit par J le moment d'inertie par rapport à l'axe Oz et par $\|\overrightarrow{OG}\| = d$.

- 4 – Déterminer au point G , le torseur cinétique de la plaque par rapport au repère R .
- 5 – En appliquant le théorème du moment dynamique, donner l'équation du mouvement.
- 6 – En appliquant le théorème de la résultante dynamique, déterminer les composantes de la réaction \vec{R}_I au point I .
- 7 – Montrer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique qu'on a une intégrale première de l'énergie.

